

# Mathematical Science

## 基礎数理

No. 受験番号 \_\_\_\_\_

You must select and answer exactly 24 questions out of the 30 questions in Mathematical Science and Information Science. For each question you select, tick the first box, choose one correct answer, and write its symbol (A–E) in the second box.

基礎数理および情報基礎の 30 問のうちから 24 問を選んで解答してください。以下の各問題に対して、その問題を解答する場合は最初の枠にチェック (✓) を入れた上で、正しい答えを選び、その記号 (A–E) を次の枠の中に書いてください。

**Q1.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける。 ☐

Let  $x$  be the smallest integer for which  $\log_2(100x)$  is greater than 10. What is the sum of the digits of  $x$ ?

$\log_2(100x)$  が 10 より大きいような最小の整数を  $x$  とする。  $x$  の各桁の数字の和を求めよ。

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) None of these

**Q2.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける。 ☐

Find the value of the determinant of a square matrix  $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ .

正方行列  $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  の行列式の値を以下から選べ。

(A) 0 (B) 1 (C) 7 (D) 12 (E) None of these

**Q3.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける。 ☐

What is the number of positive integers at most  $2^6$  such that their binary representations contain exactly two ones?

$2^6$  以下の正整数のうち、2 進表記においてちょうど 2 つの “1” を含むものはいくつあるか。

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 20 (E) None of these

# Mathematical Science

## 基礎数理

No. 受験番号 \_\_\_\_\_

**Q4.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

Let  $A$  and  $B$  be sets. The set  $A - B$  is defined by  $\{x \in A \mid x \notin B\}$ , and  $A \oplus B$  is defined by  $(A - B) \cup (B - A)$ . Choose one that is *not* correct.

$A$  と  $B$  が集合のとき, 集合  $A - B$  を  $\{x \in A \mid x \notin B\}$  で定義する. また, 集合  $A \oplus B$  を  $(A - B) \cup (B - A)$  で定義する. 正しくないものを選択せよ.

(A)  $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$

(B)  $A \cup (B \oplus C) = (A \cup B) \oplus (A \cup C)$

(C)  $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$

(D)  $A \oplus B = \emptyset \iff A = B$

(E) None of these

☐

**Q5.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

Let  $x = 2^{\log_2 256} + (2^{\log_2 1024})/2$ . What is the sum of the digits of  $x$ ?

$x = 2^{\log_2 256} + (2^{\log_2 1024})/2$  とする.  $x$  の各桁の数字の和を求めよ.

(A) less than 3

(B) more than or equal to 3 and less than 6

(C) more than or equal to 6 and less than 9

(D) more than or equal to 9

(E) None of these

☐

# Mathematical Science

## 基礎数理

No. 受験番号 \_\_\_\_\_

**Q6.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

Let  $x_1, x_2, \dots, x_5$  be variables that take values 0 or 1. How many possible assignments of values  $(x_1, x_2, \dots, x_5)$  satisfy the inequality  $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \leq 5$ ?

$x_1, x_2, \dots, x_5$  を, それぞれ 0 または 1 をとる変数とする. 不等式  $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \leq 5$  を満たす  $(x_1, x_2, \dots, x_5)$  への値の割り当ては, 全部で何通りあるか.

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) None of these

☐

**Q7.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

There are five cards, each with a different number from 1 to 5 on it. Two cards are drawn at random without replacement. Find the probability that the sum of the two numbers is even.

1 から 5 までの数を書いてある 5 枚のカードから, ランダムに 2 枚を選ぶ. 選んだ数の和が偶数である確率を求めよ.

(A) 3/10 (B) 4/10 (C) 5/10 (D) 6/10 (E) None of these

☐

**Q8.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

Find the value of the trace of a square matrix  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ .

正方行列  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  のトレースの値を以下から選べ.

(A) 5 (B) 6 (C) -3 (D) -2 (E) None of these

☐

# Mathematical Science

## 基礎数理

No. 受験番号 \_\_\_\_\_

**Q9.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

Choose the negation of the following proposition. We write  $\vee$ ,  $\wedge$ ,  $\neg$  and  $\rightarrow$  for disjunction, conjunction, negation and implication, respectively.

次の命題の否定を選択せよ. ただし, 論理和, 論理積, 否定, 含意のために記号  $\vee$ ,  $\wedge$ ,  $\neg$ ,  $\rightarrow$  をそれぞれ用いる.

$$\forall \epsilon. \exists \delta. \forall x. (|x - a| < \delta \rightarrow |f(x) - f(a)| < \epsilon)$$

(A)  $\exists \epsilon. \forall \delta. \exists x. (|x - a| < \delta \wedge |f(x) - f(a)| \geq \epsilon)$

(B)  $\exists \epsilon. \forall \delta. \exists x. (|x - a| \geq \delta \rightarrow |f(x) - f(a)| \geq \epsilon)$

(C)  $\exists \epsilon. \forall \delta. \exists x. (|x - a| \geq \delta \wedge |f(x) - f(a)| \geq \epsilon)$

(D)  $\exists \epsilon. \forall \delta. \exists x. (|x - a| < \delta \vee |f(x) - f(a)| \geq \epsilon)$

(E) None of these

☐

**Q10.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

Let  $X$  and  $Y$  be independent random variables that take positive values. Let  $E(X)$  be the expected value of  $X$ . Choose a correct one.

$X, Y$  は正の値をとる独立な確率変数とする.  $E(X)$  を  $X$  の期待値とするととき, 以下で正しいものを答えよ.

(A)  $E(X^2) = E(X)^2$

(B)  $E(\log(X)) = \log(E(X))$

(C)  $E(e^{X+Y}) = E(e^X)E(e^Y)$

(D)  $E(X/Y) = E(X)/E(Y)$

(E) None of these

☐

# Mathematical Science

## 基礎数理

No. 受験番号 \_\_\_\_\_

**Q11.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

What is the value of  $-256^{-2^{-2}}$ ?

$-256^{-2^{-2}}$  の値は次のどれか.

- (A) less than  $-1$   
(B) more than or equal to  $-1$  and less than  $0$   
(C) more than or equal to  $0$  and less than  $1$   
(D) more than or equal to  $1$   
(E) None of these

☐

**Q12.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

Choose the real square matrix that is always symmetric for any real square matrix  $A$ , where  $A^T$  is the transpose of  $A$ .

任意の実正方向行列  $A$  に対して, 常に実対称行列になるものを選び. ただし,  $A^T$  は  $A$  の転置行列を表す.

- (A)  $A - A^T$  (B)  $A - A^T A$  (C)  $AA^T - A^T A$  (D)  $AA^T - A^T$  (E) None of these

☐

**Q13.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

What is the value of the infinite sum  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^k$ ?

無限和  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^k$  を求めよ.

- (A)  $1$  (B)  $\frac{4}{3}$  (C)  $\frac{3}{2}$  (D)  $2$  (E) None of these

☐

# Mathematical Science

## 基礎数理

No. 受験番号 \_\_\_\_\_

**Q14.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

There are mutually independent random variables  $X_1, \dots, X_5$  with mean 0 and variance 1. What is the expected value of  $X_1^2 + \dots + X_5^2$  ?

平均 0, 分散 1 の相互に独立な確率変数  $X_1, \dots, X_5$  がある.  $X_1^2 + \dots + X_5^2$  の期待値はいくつか.

(A) 0    (B) 4    (C) 5    (D) 8    (E) None of these

☐

**Q15.** Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

☐

Choose the one that is *not* equivalent to the logical expression  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ . We write  $\vee, \wedge, \neg$  and  $\rightarrow$  for disjunction, conjunction, negation and implication, respectively.

論理式  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$  と同値ではないものを選択せよ. ただし, 論理和, 論理積, 否定, 含意のために記号  $\vee, \wedge, \neg, \rightarrow$  をそれぞれ用いる.

(A)  $(\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$

(B)  $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

(C)  $(A \vee B) \rightarrow (A \wedge B)$

(D)  $(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$

(E) None of these

☐