

Mathematical Science

基礎数理

No. 受験番号 _____

You must select and answer exactly 24 questions out of the 30 questions in Mathematical Science and Information Science. For each question you select, tick the first box, choose the correct answer, and write its symbol (A–E) in the second box.

基礎数理および情報基礎の30問のうちから24問を選んで解答してください。以下の各問題に対して、その問題を解答する場合は最初の枠にチェック(✓)を入れた上で、正しい答えを選び、その記号(A–E)を次の枠の中に書いてください。

Q1. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける。

Let $F(x|m, v)$ be the cumulative distribution function of the normal distribution with mean m and variance v . One of the following holds for any real number m and any real number v such that $v > 0$. Which of the following is correct?

$F(x|m, v)$ を平均 m 、分散 v の正規分布の累積分布関数とする。次の選択肢のうち、任意の実数 m および任意の実数 $v > 0$ に対して成立するものを選べ。

(A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x|m, v) = 0$

(B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x|m, v) = 1$

(C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x|m, v) = \frac{1}{2}$

(D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x|m, v) = \infty$

(E) None of these

Q2. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける。

Let d be the greatest common divisor of 168 and 192. What is the sum of the digits of d ?

168 と 192 の最大公約数を d とする。 d の各桁の数字の和を求めよ。

(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) None of these

Mathematical Science

基礎数理

No. 受験番号 _____

Q3. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

Find the value of x_3 in the following equation.

次の方程式を満たす x_3 の値を求めよ.

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(A) $1/2$ (B) $2/3$ (C) $1/8$ (D) $-(1/8)$ (E) None of these

Q4. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

Choose a three-dimensional vector \mathbf{x} with the Euclidean norm one.

ユークリッドノルムが1の3次元ベクトル \mathbf{x} を一つ選べ.

(A) $\mathbf{x} = [0, 0, 0]^\top$

(B) $\mathbf{x} = [1, 1, 1]^\top$

(C) $\mathbf{x} = [+1, 0, -1]^\top$

(D) $\mathbf{x} = [0, 0, -1]^\top$

(E) None of these

Q5. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

We repeat tossing up a coin until we get a head. What is the probability that we toss up more than three times, assuming the probabilities for heads and tails are even?

コインを表が出るまで反復して投げる. 表と裏の出る確率が等しいとしたとき, 4回以上投げる確率はいくつか.

(A) $1/2^2$ (B) $1/2^3$ (C) $1/2^4$ (D) $1/2^5$ (E) None of these

Mathematical Science

基礎数理

No. 受験番号 _____

Q6. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

Let $a_n = n(n+1)$ for an integer $n \geq 1$. Choose the value of $\sum_{1 \leq n \leq 100} a_n$.

整数 $n \geq 1$ に対して, $a_n = n(n+1)$ とする. $\sum_{1 \leq n \leq 100} a_n$ の値を選べ.

(A) $\frac{1}{2}(100 \cdot 101)$

(B) $\frac{1}{3}(100 \cdot 101 \cdot 102)$

(C) $\frac{1}{4}(100 \cdot 101 \cdot 102 \cdot 103)$

(D) $\frac{1}{5}(100 \cdot 101 \cdot 102 \cdot 103 \cdot 104)$

(E) None of these

Q7. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

Suppose that \mathbb{R} is the set of all real numbers. Which of the following is correct?

\mathbb{R} は実数全体の集合であるとする. 次のうち正しいものを選べ.

(A) $\forall x \in \mathbb{R}. \exists y \in \mathbb{R}. (\sin x = \cos y)$

(B) $\exists x \in \mathbb{R}. \forall y \in \mathbb{R}. (\sin x = \sin y)$

(C) $\forall x \in \mathbb{R}. \forall y \in \mathbb{R}. (\sin x = \cos y)$

(D) $\forall x \in \mathbb{R}. \forall y \in \mathbb{R}. (\sin x = \sin y)$

(E) None of these

Q8. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

Let $\mathbf{x} := [1, 2]^\top$ and $\mathbf{y} := [-1, 1]^\top$. Choose the value of the inner product between these two vectors.

$\mathbf{x} := [1, 2]^\top$, $\mathbf{y} := [-1, 1]^\top$ とする. この2個のベクトルの内積の値を選べ.

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) None of these

Mathematical Science

基礎数理

No. 受験番号 _____

Q9. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

Let X_1, X_2, X_3, X_4 denote mutually statistically independent random variables which distribute a normal distribution $N(4, 2^2)$ with mean 4 and variance 2^2 . What is the distribution of $X_1 + X_2 + X_3 + X_4$?

確率変数 X_1, X_2, X_3, X_4 が、平均 4、分散 2^2 の正規分布 $N(4, 2^2)$ にそれぞれ統計的に独立に従うとき、 $X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ はどのような分布に従うか？

(A) $N(4, 2^2)$ (B) $N(4, 4^2)$ (C) $N(4^2, 2^2)$ (D) $N(4^2, 4^2)$ (E) None of these

Q10. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

What is the remainder of 2020^{2020} divided by 7?

2020^{2020} を 7 で割った余りはいくつか.

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) None of these

Q11. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

A box contains two blue balls and three gray balls. Two balls are chosen at random without replacement. What is the expected value of the number of blue balls?

箱の中に青いボールが 2 個、グレーのボールが 3 個入っている。2 個のボールを続けてランダムに取り出す。青いボールの数の期待値を求めよ。

(A) 0.6 (B) 0.7 (C) 0.8 (D) 0.9 (E) None of these

Q12. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

Let x be the total number of ones in binary representations of all numbers from 1 through 16. Which of the following is correct?

1 から 16 までの数を 2 進数で表現したときに含まれる 1 の個数の総数を x とする。次のうち正しいものを選べ。

(A) $x \leq 20$ (B) $21 \leq x \leq 25$ (C) $26 \leq x \leq 30$ (D) $31 \leq x \leq 35$ (E) $36 \leq x$

Mathematical Science

基礎数理

No. 受験番号 _____

Q13. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

Find all eigenvalues of the following matrix A .

次の行列 A の固有値をすべて求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

(A) $-1, 2, 3$ (B) $1, -2, 3$ (C) $1, 2, -3$ (D) $1, 2, 3$ (E) None of these

Q14. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

Choose a negation form of $\exists x.(P(x) \wedge Q(x))$, where we write \vee , \wedge , and \neg for disjunction, conjunction, and negation respectively.

論理式 $\exists x.(P(x) \wedge Q(x))$ の否定を選択せよ. ただし, 論理和, 論理積, 否定のために記号 \vee , \wedge , \neg をそれぞれ用いる.

- (A) $\exists x.(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$
- (B) $\exists x.(\neg P(x) \vee \neg Q(x))$
- (C) $\forall x.(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$
- (D) $\forall x.(\neg P(x) \vee \neg Q(x))$
- (E) None of these

Q15. Tick to answer this question. この問題を解答する場合チェックを付ける.

What is the sum of all odd numbers from 50 to 100?

50 以上 100 以下の全ての奇数の和は幾つか.

(A) 1250 (B) 1875 (C) 2500 (D) 3125 (E) None of these