

'20

前期日程

物 理

(理 工 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は1冊(13頁)、解答用紙は3枚、下書用紙は1枚です。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合には申し出てください。
3. 氏名と受験番号は解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 解答は指定の解答用紙に記入してください。
5. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
6. 問題冊子と下書用紙は持ち帰って下さい。

1 以下のように、質量 m の小物体を台の上で運動させる。小物体の運動は、台の上にいる観測者が観測しているとする。重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗の影響は無視できるものとする。

【I】 図1のように、斜面 AB, 面 CD, 半円筒形の曲面 DE をもつ台がある。斜面 AB と水平面がなす角を θ とする。面 CD は水平であり、面 CD からの点 A の高さを h とする。曲面 DE の半径を r , 中心を点 O とし、直線 DOE は鉛直である。斜面 AB, 面 CD, 曲面 DE はそれぞれ接続部 BC, 点 D を介してなめらかに接続されている。斜面 AB, 接続部 BC, 面 CD, 曲面 DE と小物体の間の摩擦は無視できるものとする。台は床の上に固定されており、動くことはない。

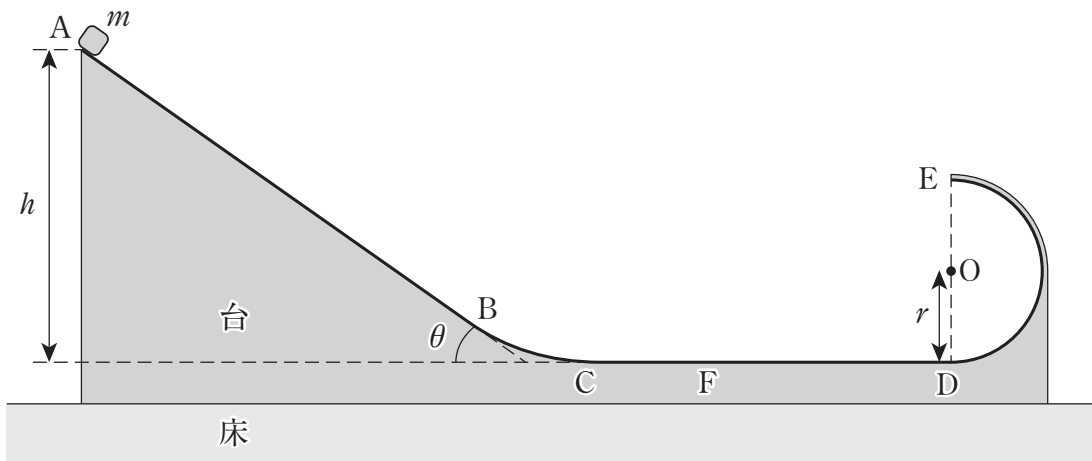


図1

小物体を点 A から初速度 0 で静かにはなすと、小物体は斜面 AB をすべりおりた後、接続部 BC を通り、点 C を通過した。

- (1) 斜面 AB に平行で斜め下向き(点 A から点 B へ向かう向き)に x 軸を、斜面 AB に垂直で斜め上向き(台から離れる向き)に y 軸をとる。小物体が斜面 AB 上にあるときに、小物体にはたらく重力の x 成分, y 成分を求めよ。
- (2) 小物体が点 A から点 C に到達するまでの間に、重力が小物体にする仕事の大きさを求めよ。

(3) 小物体が点 C に到達する直前の、小物体の速度の大きさを求めよ。

点 C を通過した小物体は、面 CD 上を点 D へと移動した後、半円筒形の曲面 DE から離れることなく運動し、点 E を通過した。

(4) 点 E に到達する直前の、小物体の速度の大きさを求めよ。

(5) 点 E に到達する直前の、小物体が曲面 DE から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

(6) 小物体が曲面 DE から離れることなく点 E を通過したことから、面 CD からの点 A の高さ h は、 $h \geq$ を満たすことがわかる。もし、 $h <$ であったならば、小物体が点 E に到達することはない。
 に入る最も適切な数式を求めよ。

その後、小物体は点 E から水平にとびだし、面 CD 上の点 F に着地した。

(7) 小物体が点 E をとびだしてから、点 F に到達するまでにかかった時間を求めよ。

(8) 点 D と点 F の間の距離を求めよ。

【II】 図 2 のように、【I】で用いた台の斜面 AB 上に、距離 L だけ離れた 2 点 a, b をとり、点 a, b 間の斜面を表面の粗いシートで張りかえ、点 a, b 間では、斜面 AB と小物体の間に、動摩擦係数 μ' の動摩擦力がはたらくようにする。また、曲面 DE 上で、角 $\angle DOG = 120^\circ$ となる位置に点 G をとる。台は床に固定されており、面 CD は水平である。

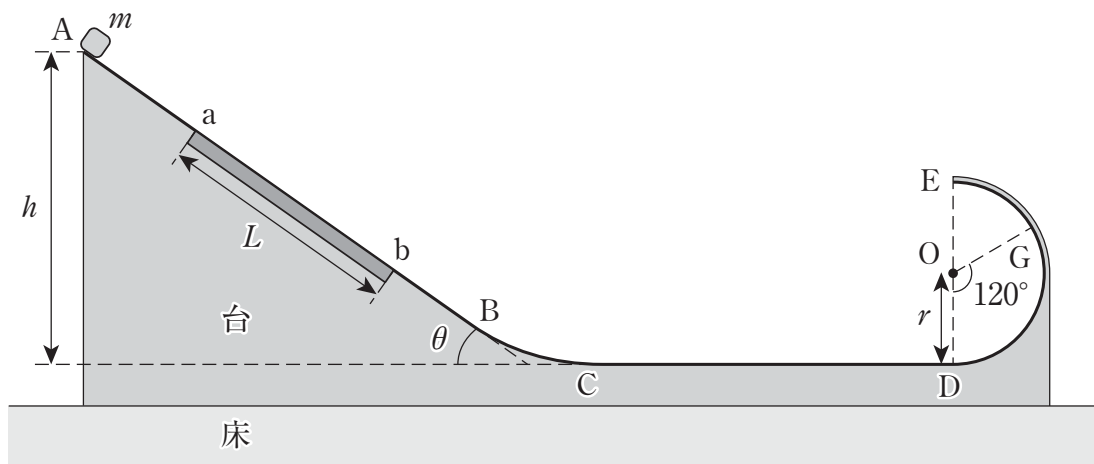


図 2

小物体を点 A から初速度 0 で静かにはなすと、小物体は斜面 AB をすべりおりました後、接続部 BC を通り、点 C を通過した。

- (9) 小物体が点 a, b 間にあるときに、斜面 AB から小物体にはたらく垂直抗力の大きさを、 m, g, θ を用いて表せ。
- (10) 小物体が点 a, b 間にあるときに、斜面 AB から小物体にはたらく動摩擦力の大きさを、 m, g, μ', θ を用いて表せ。
- (11) 小物体が点 a から点 b まで移動する間に、斜面 AB から小物体にはたらく垂直抗力が、小物体にする仕事の大きさを求めよ。
- (12) 小物体が点 a から点 b まで移動する間に、斜面 AB から小物体にはたらく動摩擦力が、小物体にする仕事の大きさを、 m, g, μ', L, θ を用いて表せ。
- (13) 小物体が点 C に到達する直前の、小物体の速度の大きさを、 h, g, μ', L, θ を用いて表せ。

点 C を通過した小物体は、面 CD 上を点 D へと移動した後、半円筒形の曲面 DE から離れることなく点 G まで運動し、点 G で曲面から離れた。

- (14) 小物体が点 G で曲面 DE から離れたという条件から、 h, r, L, μ', θ の間には、以下の関係が成り立つ。

$$h = \boxed{\text{(イ)}} \quad \text{(イ)}$$

$\boxed{\text{(イ)}}$ に入る適切な数式を、 r, L, μ', θ を用いて表せ。

2

図1に示すように、紙面上に xy 平面、紙面に垂直に z 軸をとり、紙面の裏から表への向きを z 軸の正の向きとする。 $x \geq 0$ の領域には一様な磁場が z 軸と平行にかかっている。 xy 平面上に組まれた回路について、以下の問に答えよ。ただし、回路は xy 平面上に固定されており、回路に流れる電流の作る磁場は無視できるものとする。

【I】 図1に示すように $x < 0$ の領域に、抵抗値 $R_0[\Omega]$ の抵抗器 R_0 と電圧 $V[V]$ の直流電源が、距離 $d[m]$ だけ離して y 軸上に置かれた端子 A_1 と A_2 に、電気抵抗の無視できる導線で接続されている。端子 A_1 および A_2 の先の $x \geq 0$ の領域に電気抵抗の無視できる導線と電気抵抗のある抵抗線を接続し、図1の①～④の回路を作る。

回路①では、 x 軸と平行に置かれた長さ d で電気抵抗の無視できる真っ直ぐな2本の導線 A_1P_1 と A_2Q_1 が端子 A_1 と A_2 に接続され、さらに、2本の導線の端点 P_1 と Q_1 に、長さ d で電気抵抗 $R_1[\Omega]$ の真っ直ぐな抵抗線 P_1Q_1 が接続されている。 $x \geq 0$ の領域にかかっている一様な磁場は時間変化しないとする。

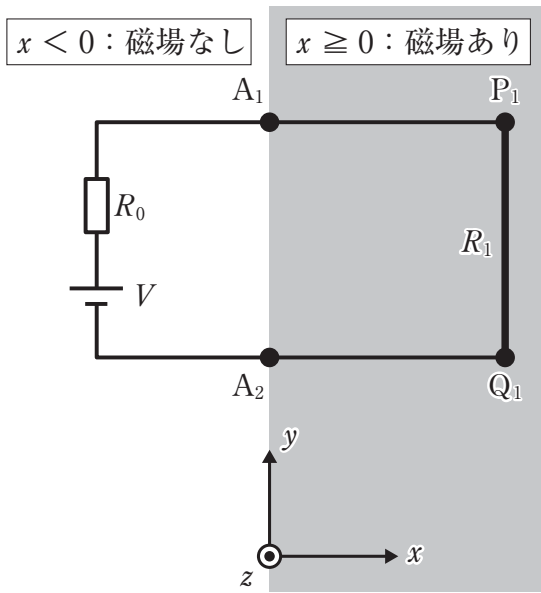
回路①に磁場から加わる力の合力は回路①を構成する導線 A_1P_1 、抵抗線 P_1Q_1 、導線 A_2Q_1 に加わる力の和である。回路①に磁場から加わる力の合力の大きさは $F[N]$ で向きは x 軸と平行で正の向きであった。

(1) $x \geq 0$ の領域にかかっている磁場の磁束密度の大きさと磁束密度の向きを答えよ。磁束密度の大きさは F 、 V 、 d 、 R_0 、 R_1 のうち必要なものを用いて表せ。磁束密度の向きは、「 z 軸の正の向き」、「 z 軸の負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。

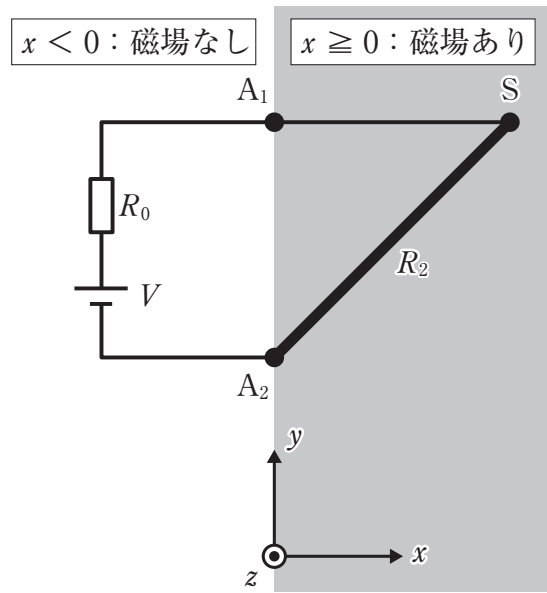
回路①にかけた磁場と同じ磁場を回路②～④の $x \geq 0$ の領域にかける。問(1)で求めた磁束密度の大きさを $B_0[T]$ とする。

図1に示すように、回路②では、端子 A_1 と A_2 に、長さ d で電気抵抗の無視できる x 軸と平行に置かれた真っ直ぐな導線 A_1S と、長さ $\sqrt{2}d$ で電気抵抗 $R_2[\Omega]$ の真っ直ぐな抵抗線 A_2S が、それぞれ、接続されている。

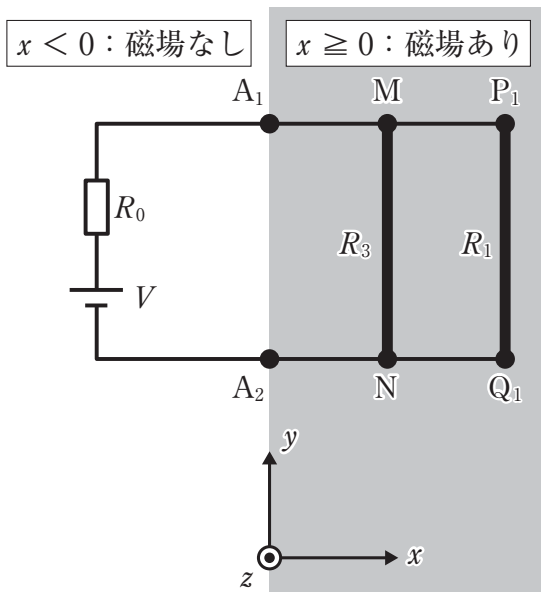
①



②



③



④

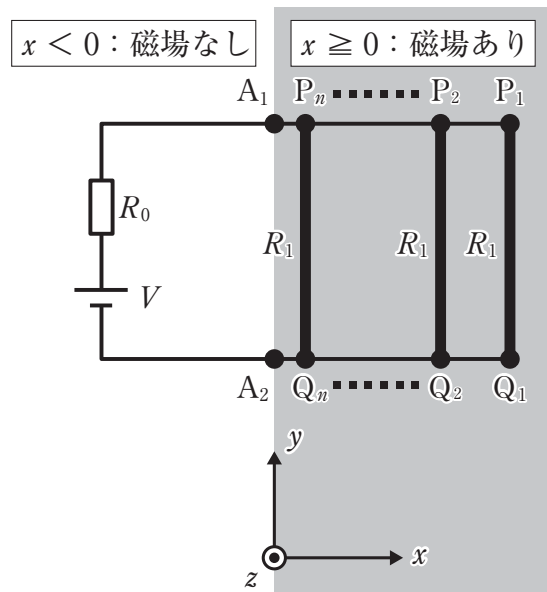


図 1

- (2) 抵抗線 A_2S が磁場から受ける力の x 成分と y 成分を, B_0, V, d, R_0, R_2 のうち必要なものを用いて, それぞれ表せ。
- (3) 回路②の導線 A_1S と抵抗線 A_2S が磁場から受ける力の和の x 成分と y 成分を, B_0, V, d, R_0, R_2 のうち必要なものを用いて, それぞれ表せ。

図 1 に示すように, 回路③では, 回路①の抵抗線 P_1Q_1 に加えて, 導線 A_1P_1 の中点と導線 A_2Q_1 の中点を結ぶように, 長さ d で電気抵抗 $R_3[\Omega]$ の真っ直ぐな抵抗線 MN が接続されている。

- (4) 抵抗線 P_1Q_1 に流れる電流の大きさ $I_1[A]$ と抵抗線 MN に流れる電流の大きさ $I_2[A]$ は, それぞれいくらか。 B_0, V, d, R_0, R_1, R_3 のうち必要なものを用いて答えよ。
- (5) 回路③の導線 A_1P_1 , 導線 A_2Q_1 , 抵抗線 P_1Q_1 および抵抗線 MN が磁場から受ける力の和の x 成分を, B_0, V, d, R_0, R_1, R_3 のうち必要なものを用いて表せ。

図 1 に示すように, 回路④では, 回路①の抵抗線 P_1Q_1 に加えて, 導線 A_1P_1 と導線 A_2Q_1 に, 長さ d で電気抵抗 R_1 の真っ直ぐな $(n - 1)$ 本の抵抗線 $P_2Q_2, P_3Q_3, \dots, P_nQ_n$ が抵抗線 P_1Q_1 と平行に接続されている。

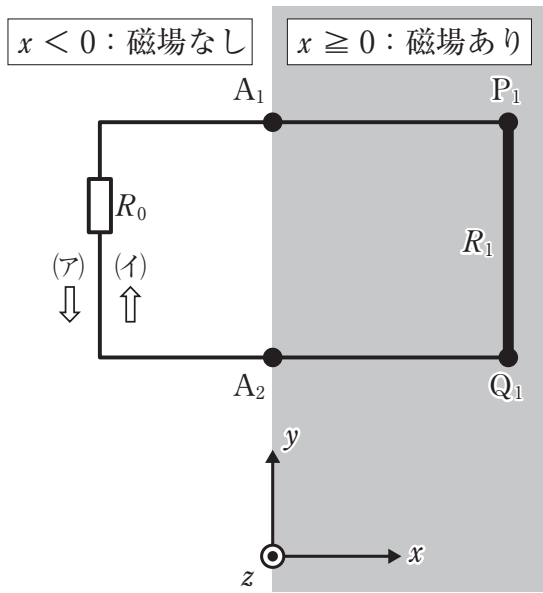
- (6) 回路④の導線 A_1P_1, A_2Q_1 , および, 抵抗線 $P_1Q_1, P_2Q_2, \dots, P_nQ_n$ が磁場から受ける力の和の x 成分を, B_0, V, d, R_0, R_1, n のうち必要なものを用いて表せ。

【Ⅱ】 図2に示すように，【Ⅰ】で用いた回路①および回路③の $x < 0$ の領域にある直流電源を電気抵抗の無視できる導線に置き換えた回路を作る。回路①を組み直した回路を回路⑤，回路③を組み直した回路を回路⑥と呼ぶ。 $x \geq 0$ の領域に z 軸と平行にかかっている一様な磁場の磁束密度を時間変化させる。

まず，回路⑤について考察する。 $x \geq 0$ の領域に加わる一様な磁場の磁束密度は，図3に示すように，時刻 $t = 0$ s のとき $-B_1$ [T] で，その後，一定の割合で変化していき， $t = 4T$ [s] で B_1 に達した。ただし， B_1 は正の定数である。図3において，磁束密度が正の値をとっているときは，磁束密度は z 軸の正の向き，負の値をとっているときは，負の向きを向いている。

- (7) $t = T$ のときに，抵抗器 R_0 に流れる電流の大きさを B_1, d, R_0, R_1, T のうち必要なものを用いて表せ。また，その流れる向きが図の矢印の (ア)，(イ) のいずれになるかを，記号で答えよ。
- (8) $t = T$ から $t = 3T$ の間に回路⑤で発生するジュール熱を B_1, d, R_0, R_1, T のうち必要なものを用いて表せ。
- (9) $t = T$ のときに，抵抗線 P_1Q_1 が磁場から受ける力の x 成分を B_1, d, R_0, R_1, T のうち必要なものを用いて表せ。
- (10) $0 \leq t \leq 4T$ の時刻における，抵抗線 P_1Q_1 が磁場から受ける力の x 成分 F_x [N] と時刻 t との関係を表すグラフを解答欄に図示せよ。ただし，問(9)で求めた力の x 成分の大きさを F_0 [N] とする。

⑤



⑥

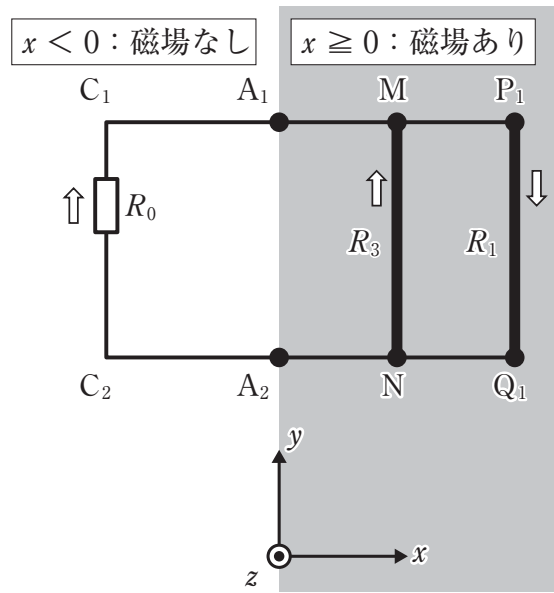


図 2

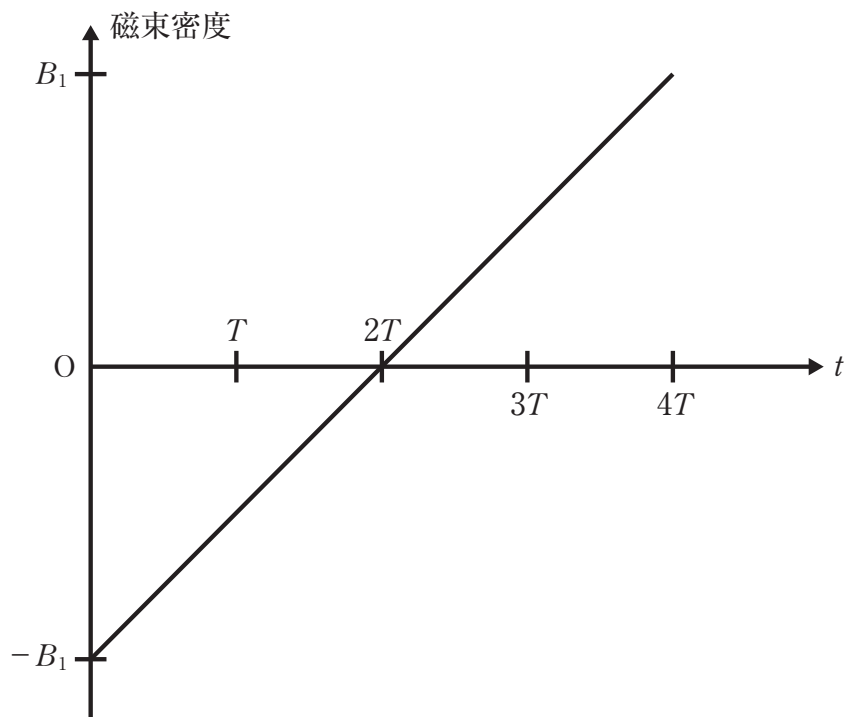


図 3

次に、回路⑥について考察する。 $x \geq 0$ の領域に加わる一様な磁場の磁束密度は、回路⑤のときと同様に、図3に示されるような時間変化をした。

$t = 2T$ のときに、抵抗器 R_0 、抵抗線 P_1Q_1 、抵抗線 MN に流れる電流の求め方を考えてみよう。抵抗器 R_0 、抵抗線 P_1Q_1 および抵抗線 MN に流れる電流の向きを図の矢印のように仮に定め、抵抗器 R_0 に流れる電流の大きさを I_0 [A]、抵抗線 P_1Q_1 に流れる電流の大きさを I_1 [A]、抵抗線 MN に流れる電流の大きさを I_2 [A] とする。もし、計算で得られた電流の大きさの値が負になれば、電流の流れる向きが仮定と反対であったことになる。

- (11) I_0, I_1, I_2 が満たすべき連立方程式を以下のような手順で作る。数式中の (い) , (ろ) に入る適切な数式を、 B_1, d, T のうち必要なものを用いて表せ。

点 M に流れ込む電流は流れ出る電流に等しいことから、

$$I_0 + I_2 = I_1$$

となる。閉経路 MP_1Q_1NM において電圧降下は起電力に等しいことから、

$$I_1R_1 + I_2R_3 = \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">(い)}$$

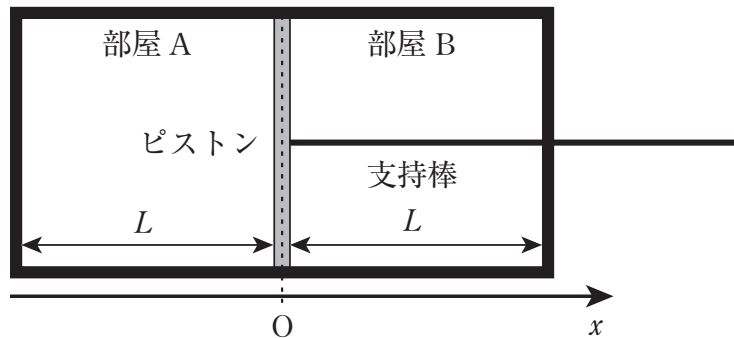
となる。図2に示すように、回路⑥中に点 C_1, C_2 をとる。閉経路 $C_1MP_1Q_1NC_2C_1$ において電圧降下は起電力に等しいことから、

$$I_0R_0 + I_1R_1 = \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">(ろ)}$$

となる。この連立方程式を解くことで、 I_0, I_1, I_2 が求まる。

3 図のように、断面積 S [m²] で長さ $2L$ [m] の容器が、支持棒のついたピストンによって2つの部屋に分けられている。以下、左側の部屋を部屋 A、右側の部屋を部屋 B と呼ぶ。ピストン、支持棒と容器の間には摩擦ははたらかないものとする。また、容器、支持棒は断熱材でできており、これらの熱容量は無視できるものとする。図のように右向きを正の向きとして x 軸をとり、容器の中央の x 座標を $x = 0$ とする。ただし、座標の単位はメートル(m)とする。

最初、部屋 A には $2n$ [mol] の単原子分子理想気体、部屋 B には n [mol] の単原子分子理想気体が閉じ込められており、ピストンは支持棒を手で支えることによって固定されている。ピストンの x 座標は $x = 0$ であり、部屋 A の気体の温度は T_A [K]、部屋 B の気体の温度は T_B [K] である。ただし、 $T_A > T_B$ であるとする。この状態を初期状態と呼ぶ。なお、気体定数を R [J/(mol·K)] とし、単原子分子理想気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$ とする。また、ピストンと支持棒の体積は無視できるものとする。



図

- (1) 初期状態における部屋 A の気体および部屋 B の気体の圧力を、 L , S , n , R , T_A , T_B のうち必要なものを用いて表せ。

以下の問(2)~(4)では、ピストンは熱を伝える材料でできており、座標 $x = 0$ に固定されているものとする。部屋 A と部屋 B の気体の状態を初期状態にしたのち、十分に時間がたつと、部屋 A と部屋 B の気体の温度は等しくなった。なお、ピストンの熱容量は無視できるものとする。以下の問(2)~(4)について、 L , S , n , R , T_A , T_B のうち必要なものを用いて答えよ。

- (2) 十分に時間がたった後の部屋 A の気体の温度を求めよ。
- (3) 十分に時間がたった後の部屋 A の気体の圧力を求めよ。
- (4) 初期状態から部屋 A と部屋 B の気体の温度が等しくなるまでの間に、
部屋 A の気体から部屋 B の気体へ移動した熱量の大きさを求めよ。

次に、ピストンを、熱を伝える材料でできたピストンから断熱材でできたピストンに変更した後、部屋 A と部屋 B の気体の状態を初期状態にした。なお、ピストンの熱容量は無視できるものとする。その後、支持棒を手で支えながらピストンを、部屋 A と部屋 B の気体の圧力が等しくなるまで、ゆっくりと動かした。この変化は断熱変化であり、このような断熱変化においては、気体の圧力 p と体積 V の間には、 $pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ の関係が成立する。

- (5) 圧力が等しくなったときのピストンの x 座標を $x_1[\text{m}]$ とすると、 x_1 は以下のように表すことができる。

$$x_1 = L \left\{ \frac{\left(\boxed{\text{あ}} \right)^{\frac{3}{5}} - 1}{\left(\boxed{\text{あ}} \right)^{\frac{3}{5}} + 1} \right\}$$

$\boxed{\text{あ}}$ に入る最も適切な式を、 T_A と T_B を用いて表せ。

次に、ピストンを、熱を伝える材料でできたピストンに変更した後、部屋 A と部屋 B の気体の状態を初期状態にした。支持棒の固定を外し、ピストンが自由に動けるようにしたところ、ピストンは気体からの圧力のみを受けて移動し、十分に時間がたつと、ある x 座標で静止した。このとき、部屋 A と部屋 B の気体の温度および圧力は、それぞれ等しくなった。なお、ピストンの熱容量は無視できるものとする。以下の問(6)~(8)について、 L 、 S 、 n 、 R 、 T_A 、 T_B のうち必要なものを用いて答えよ。

- (6) 十分に時間がたった後の部屋 A の気体の温度を求めよ。
- (7) 十分に時間がたった後のピストンの x 座標を求めよ。
- (8) 十分に時間がたった後の部屋 A の気体の圧力を求めよ。

次に、部屋 B の気体を n [mol] の単原子分子理想気体から n [mol] の二原子分子理想気体に入れかえた。熱を伝える材料でできたピストンを座標 $x = 0$ に固定し、部屋 A の気体の温度を T_A 、部屋 B の気体の温度を T_B にした。その後、支持棒の固定を外し、ピストンが自由に動けるようにしたところ、ピストンは気体からの圧力のみを受けて移動し、十分に時間がたつと、ある x 座標で静止した。このとき、部屋 A と部屋 B の気体の温度および圧力は、それぞれ等しくなった。なお、ピストンの熱容量は無視できるものとする。二原子分子理想気体の定積モル比熱は $\frac{5}{2}R$ とし、以下の問(9)~(11)について、 L , S , n , R , T_A , T_B のうち必要なものを用いて答えよ。

- (9) 十分に時間がたった後の部屋 A の気体の温度を求めよ。
- (10) 十分に時間がたった後のピストンの x 座標を求めよ。
- (11) 十分に時間がたった後の部屋 A の気体の圧力を求めよ。

