

'20

前期日程

数 学 問 題

(理工学部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む5枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。
7. 解答用紙の裏面は計算等の下書に使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

下書用紙 (1)

下書用紙 (2)

数 学

氏名

--

受験
番号

--

1

p, q を実数の定数とする。3次方程式 $x^3 + px^2 + qx + 1 = 0$ が虚数解 α と $\frac{1}{\alpha}$ をもつとき、以下の問いに答えよ。

(1) $p = q$ が成り立つことを示せ。

(2) 定数 p の値の範囲を求めよ。

(3) α の実部 s 、虚部 t について $s + 2t = -1$ が成り立つときの p の値を求めよ。

[解答欄]

得
点

--

数 学

氏名

受験
番号

2

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は次の条件によって定められている。

すべての自然数 n に対して a_n, b_n はともに整数で, $(3 + 2\sqrt{2})^n = a_n + \sqrt{2}b_n$

このとき以下の問いに答えよ。

- (1) a_1, b_1, a_2, b_2 を求めよ。
- (2) a_{n+1}, b_{n+1} それぞれを, a_n と b_n を用いて表せ。
- (3) n を自然数とすると, $(3 - 2\sqrt{2})^n = a_n - \sqrt{2}b_n$ を示せ。
- (4) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ を求めよ。

[解答欄]

得
点

数 学

氏名

受験
番号

3

四面体 OABC は次の 2 条件を満たすとする。

1. $OA = OB = OC = 1$
2. $\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$

辺 BC の中点を M, 辺 AC を $t:(1-t)$ に内分する点を N とおき, 線分 AM と線分 BN との交点を P とおく。ただし, t は $0 < t < 1$ を満たす実数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{AP} を \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} および t を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき, \overrightarrow{BN} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} および t を用いて表せ。
- (3) $OP \perp BN$ のとき, t の値を求めよ。

[解答欄]

得
点

数 学

氏名

受験
番号

4

OB=10, $\angle AOB = 90^\circ$ を満たす三角形 OAB を考える。このとき $\frac{\sin \angle ABO}{AB^2}$ を最大にする OA の長さを求めよ。またそのときの $\frac{\sin \angle ABO}{AB^2}$ の値を求めよ。

[解答欄]

得
点

数 学

氏名

受験
番号

5

a を正の定数, e を自然対数の底とし, $f(x) = \{x^2 - (a+1)x + 2a - 1\}e^{-x}$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ が $x \geq 0$ において最小値をもつように, 定数 a の値の範囲を定めよ。ただし, $x > 0$ のとき不等式 $e^x > \frac{x^3}{6}$ が成り立つことを用いてよいとする。

(2) $a = \frac{1}{2}$ のとき, 定積分 $\int_0^1 |f(x)| dx$ を求めよ。

[解答欄]

得
点